

文部科学大臣賞

フェムト秒光周波数コムとの時間コヒーレンス特性  
を用いた新長さ計測法の提案

～次世代長さトレーサビリティネットワークの実現に向けて～

東京大学大学院 工学系研究科  
精密機械工学専攻 博士後期課程 3年

韋 冬

## 1. はじめに

2009年7月、日本における長さの国家標準はヨウ素安定化ヘリウムネオン(He-Ne)レーザからフェムト秒光周波数コム(光周波数コム)へと変わった。その原因は、光周波数コム技術により光周波数の測定が簡単になったことと、光周波数コムが持つ周波数安定性が従来にある長さの国家標準である He-Ne レーザが持つ周波数安定性と比べて 300 倍もよくなったことにある [1]。

本研究の必要性について考える。長さ計測及びそのトレーサビリティは科学技術と生産活動にとって不可欠な存在である。現状では、階層型の長さトレーサビリティシステムの中で、光周波数コム技術により He-Ne レーザなどの周波数を校正し、長さ計測が常用長さ標準である He-Ne レーザやゲージブロックなどにより行われている。計測現場における計測精度の向上を図るためには、長さの国家標準になった光周波数コムに直接リンクした長さ計測技術を開発する必要がある。が、光周波数コムと He-Ne レーザとの性質は非常に異なっている。具体的に、時間領域で見ると、光周波数コムはパルス列を発することに対して、He-Ne レーザは正弦波の形をした光を出力する。この違いが存在するために、一般によく使われる長さの計測法であるマイケルソン干渉計においてその光源を He-Ne レーザから光周波数コムに変更しただけでは、より安定した周波数性能からより高精度の長さ計測が得られない。

このような背景を踏まえて、光周波数コムは一種のパルスレーザであることに注目し、パルスレーザを用いた長さ計測法を取り上げ、長さ標準である光周波数コムの時間コヒーレンス特性を応用した長さ計測のモデルを構築し、高精度で任意かつ絶対的長さを計測できる方法の提案及びその提案法の検証、またその不確かさの評価を実現する、ということが本研究の目的である。

光周波数コムは一種のパルスレーザであることから、パルスレーザを用いた長さ計測の従来法を取り上げる。第一に、飛行時間(Time-of-flight : TOF)法がある。TOF 法はパルスが計測器から出た時間点とパルスが計測物体から反射されて帰ってくる時間点を記録する。両時間点から計算された時間差と空気中の光速度との掛け算で測定器から計測物体までの距離を計測する。第二に、パルス列干渉法 [2, 3] がある。この方法は光路差のアンバランスなマイケルソン干渉計において、異なるパルスによる時間領域での干渉現象を、パルス間にある離散的距離の計測に応用した方法である。

本研究のアイデアは次のようになる。TOF 法は任意かつ絶対的長さ計測ができるが、その計測精度はマイクロメートル程度である [4, 5]。パルス列干渉法は、TOF 法より良い精度を有するが、離散的距離しか測定できない。異なるパルス列がお互いに干渉するため、TOF 法に必要な両時間点を異なるパルス列の干渉により記録できるなら、高精度で任意かつ絶対的長さが測定できるであろう。

このアイデアを実現するためには具体的に、

- (1) 「なぜ、異なるパルス列がお互いに干渉するのか」という問題に答えるために光周波数コムの時間コヒーレンス関数に関するモデルを構築する
- (2) 「パルスの繰り返し間隔を用いて任意かつ絶対的な長さをどう表現するのか」という問題に答えるために、パルス列間干渉による干渉縞の形成モデルを構築する。また、光周波数コムの時間コヒーレンス特性を応用した長さ計測法を提案する
- (3) 提案した長さ計測法を実証・評価する手法を考案し、ゲージブロックを用いた実証・

評価実験を行い，提案法の実現可能性を確認し，またその不確かさを評価することを目的として研究を行う。

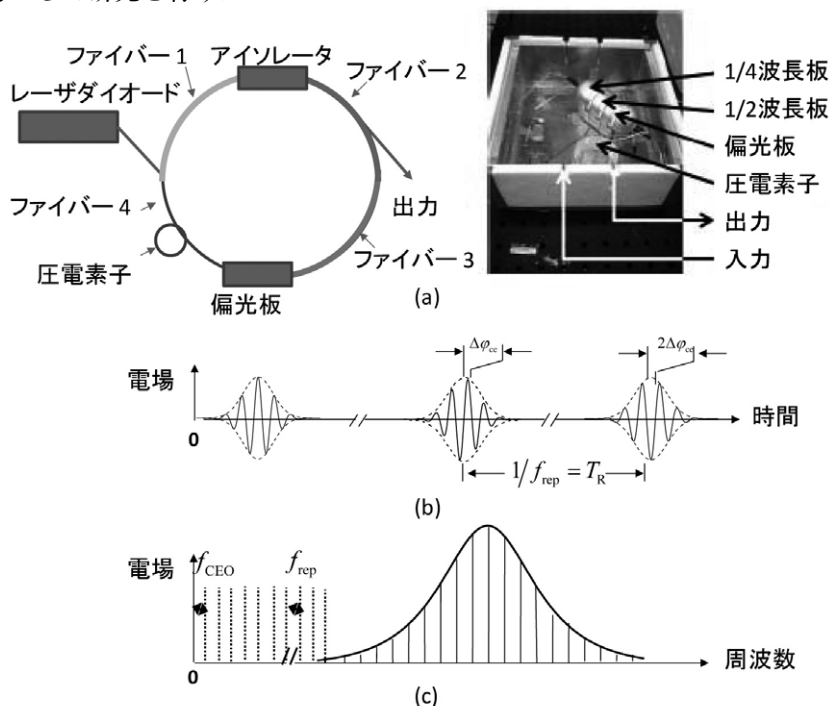


図1. 光周波数コム. (a) 光周波数コム発生の様式図 (左), 手作りの光周波数コム (右). (b) 時間領域における光周波数コム. (c) 周波数領域における光周波数コム.

## 2. 光周波数コムの時間コヒーレンス関数に関するモデルの構築

### 2.1. 概要

パルス列間に存在する干渉現象の基本となる光周波数コムの時間コヒーレンス関数を把握する。

### 2.2. 詳細

#### 2.2.1. 光周波数コム

簡単に光周波数コムについて紹介する。図 1(a) に光周波数コム発生の様式図 (左) と手作りの発振器写真 (右) を示す。励起にはレーザーダイオード<sup>1</sup>を用いる。レーザーダイオードから出た光がエルビウムドープ非線形ファイバーをつないだリング共振器に入射させる。光がリング共振器内を伝搬し、非線形ファイバーによる増幅・位相同期<sup>2</sup>・周波数同期<sup>3</sup>の過程を経て、アウトプットで出力される。アイソレータは単一方向にだけ光を通す性質を持ち、

1 半導体の再結合発光原理を利用したレーザーである。  
 2 各周波数成分が持つ位相を時間的にそろえることである。  
 3 各周波数を時間的に安定させることである。

リング共振器内に逆方向に反射された光を防ぐ。偏光板はリング共振器内の偏光を制御する。圧電素子はリング共振器を構成する非線形ファイバーに巻いてある。圧電素子の伸び縮みを利用して、発振周波数を制御する。

光周波数コムは一種のパルスレーザである。光周波数コムが非常に安定したパルス列を発生し、その電場は下記のように表現できる [6]。

$$E_{train}(t) = A(t) \exp(i\omega_c t + i(\varphi_0 + \Delta\varphi_{CE} t)) \otimes \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta(t - mT_R) \quad (1)$$

ここでは、 $E_{train}(t)$  は図 1(b) に示すパルス列の電場であり、 $\omega_c$  はモードロックされた中心キャリア (角) 周波数であり、 $A(t)$  はパルスのエンベロープであり、そして  $\varphi_0$  は任意の初期位相を表している。 $\Delta\varphi_{ce}$  がパルスがレーザ共振器内部を 1 周するごとに形成されるキャリアエンベロープオフセット位相である。

### 2.2.2. 光周波数コムが持つ時間コヒーレンス関数の導出 [7]

式 (1) のフーリエ変換は図 1(c) に示すコム状の周波数分布となり、下式のようになる。

$$\tilde{E}_{train}(f) = \tilde{A}(f - f_c) \times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta(f - mf_{rep} - f_{CEO}) \quad (2)$$

$f_{CEO}$  はオフセット周波数であり、等間隔に並んでいる光周波数コムの周波数成分は全体が  $f_{CEO}$  分だけゼロ周波数からシフトしている。

式 (2) から、光周波数コムのパワースペクトルは以下のようになる。

$$S(f) = |\tilde{E}_{train}(f)|^2 = |\tilde{A}(f - f_c)|^2 \times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta(f - mf_{rep} - f_{CEO}) \quad (3)$$

ウィーナー・ヒンチン (Wiener-Khinchine) の定理に基づいて、光周波数コムの時間コヒーレンス関数  $\gamma(\tau)$  は式 (3) の逆フーリエ変換より以下のように与えられる。

$$\gamma(\tau) \propto F^{-1} [S(f)] \propto F^{-1} \left[ |\tilde{A}(f - f_c)|^2 \right] * \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta(t - mT_R) \quad (4)$$

式 (4) から光周波数コムのパルス間干渉による干渉信号は光周波数コムのレーザ光において伝播方向にパルスの反復期間と等間隔に存在することがわかる。

### 2.3. まとめ

光周波数コムから出たパルス列の波動方程式から出発して、光周波数コムが持つ時間コヒーレンス関数をモデル化した。結果として、まず、光周波数コムがコム状のパワースペクトルを持っていることが異なるパルス列の干渉原因であることが分かった。次に、パルス列による干渉であることが分かった。そして、高い時間コヒーレンスピークは光周波数コムの進行方向においてパルスの反復期間と等しい空間間隔で存在することが分かった。

### 3. 光周波数コムが持つ時間コヒーレンス特性を応用した長さ計測法

#### 3.1. 概要

光周波数コムが持つ時間コヒーレンス特性を応用した長さ計測法の提案およびその提案法の検証を行う。

#### 3.2. 詳細

##### 3.2.1. パルス列間干渉による干渉縞の形成モデルの構築

以下ではパルス列間干渉による干渉縞の形成モデルを構築する。図2に示すマイケルソン干渉計による光周波数コムのパルス列間干渉を考える。光周波数コムから出たパルス列はビームスプリッタ (BS) で、二つに分かれる。一方のビームが固定されたミラー  $M_1$ 、もう一方のビームが移動可能なミラー  $M_2$  でそれぞれ反射され、BS で再び重なる。フォトダイオード (PD) で両ビームによる干渉縞が検出される。PD で記録される干渉縞の強度分布は以下のように入えられる。

$$I(l) \propto |E_{\text{train}}(l)|^2 |\gamma(l)| \cos(n \times \Delta\varphi_{\text{cc}}) \quad (5)$$

ここで  $n = \text{floor}(l, cT_R)$ ,  $l = l_R - l_O$  とし、 $c$  は真空中の光速である。

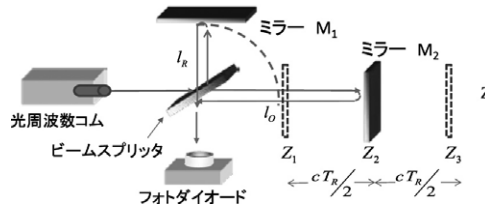


図2. マイケルソン干渉計による干渉縞の形成。

$M_2$  が光軸方向  $Z$  の異なる空間点に置かれるとき、BS で両パルス列による電場の重ねあわせと PD によって検出された干渉縞をそれぞれ図3, 4に示す。まず、図3(a)では  $M_2$  が  $Z_1(l_R=l_O)$  に置かれた時、あるパルス列が自分自身とBS で重なり、PD で図4左に示すパルス列の自己相関が記録される。

次に、図3(b)(c)では  $M_2$  が  $Z_2(l_R=l_O + cT_R/2)$ ,  $Z_3(l_R=l_O + cT_R)$  に置かれた時、あるパルス列がそのパルス列とパルス間隔ひとつ置き、または二つ置きに遅れて帰ってくるパルス列とBS で重なり、PD で図4中、右に示す位相がそれぞれ  $\Delta\varphi_{\text{cc}}$ ,  $2 \times \Delta\varphi_{\text{cc}}$  ( $2 \times \Delta\varphi_{\text{cc}} < 2\pi$ ) ずれる干渉縞が記録される。

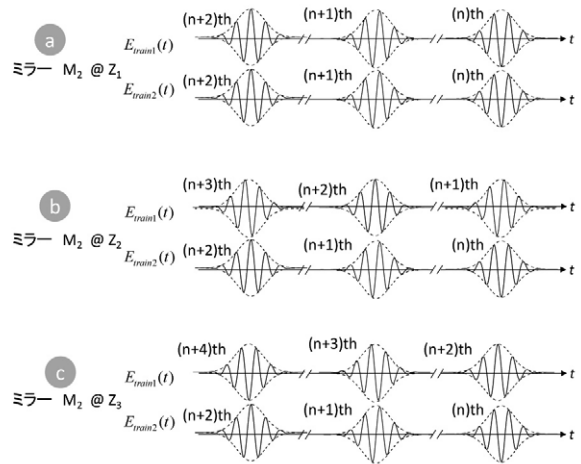


図3. ミラー  $M_2$  の位置により異なるパルス列の重ねあわせ。

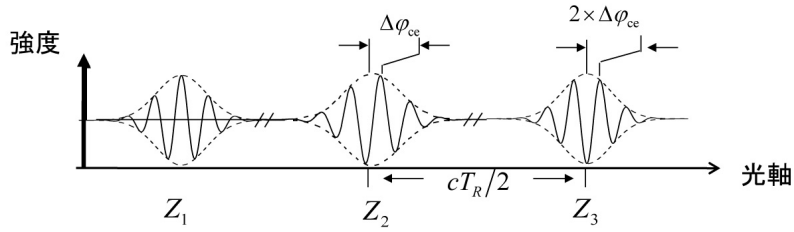


図4. 光周波数コムの時間コヒーレンス (点線) とパルス干渉による干渉縞 (実線).

### 3.2.2. 従来にあるマイケルソン干渉計の問題点

光周波数コムを図2に示す従来にあるマイケルソン干渉計に入射した時に得られる干渉縞を図4に示した. 両光路のパルス列とパルス列とが重なった時しか干渉縞が形成されないため, 離散的な干渉縞しか観察できない. 得られた干渉縞を解析することによって, パルス列の繰り返し間隔に相当する長さ(またはその倍数)しかを得ることができない. 言い換えると, 従来にあるマイケルソン干渉計に光周波数コムを光源として使った場合, 離散的長さしか計測できない.

### 3.2.3. 提案法 [8, 9]

本研究では単一の光周波数コムを用いて高精度で任意かつ絶対的長さ計測法を考案する. 第1節で述べたように, 任意かつ絶対的長さを計測できる方法としてTOF法がある. TOF法において時間差を判別する機構(例えば, オシロスコープや時間積分計数器など)が光信号を電気信号に変換できる精度に制限されるため, TOF法の計測精度がマイクロメートル程度となっている. 異なるパルス列間も干渉できることから, 本研究では異なるパルス列間干渉を用いて時間差を記録し, 干渉縞解析により, 時間差(つまり, 長さ)を計測する方法を提案する. 提案法を「分離した多パルス列干渉縞を用いた長さ計測法」と呼ぶ.

#### 3.2.3.1. 提案法の実現可能性の理論分析

周波数領域においてガウス関数の包絡線を持つ光周波数コムと仮定し,  $c \times T_R$  ( $c$ は空気中の光速とする)分だけ繰り返すと, パルスとパルス間の位相は $\Delta\phi_{ce}$ だけ遅れることを考慮し, 図5に示す多パルス列干渉計に光周波数コムを入射させた場合, 光検出器で得られる干渉縞の強度は式(5)を変形し, 下式のようなになる[8].

$$I(l_1) = a_1 + b_1 \times \exp\left[-\left(2\sqrt{\ln 2}l_1/L_{coh}\right)^2\right] \times \cos(k \times l_1 - \text{mod}(\Delta\phi_{ce}, 2\pi)) \quad (6)$$

$$+ a_2 + b_2 \times \exp\left[-\left(2\sqrt{\ln 2}(l_1 + \Delta_{12})/L_{coh}\right)^2\right] \times \cos(k \times (l_1 + \Delta_{12}) - \text{mod}(N\Delta\phi_{ce}, 2\pi)).$$

ここで,  $a = I_{ref} + I_{obj}$ ,  $b = 2\sqrt{I_{ref}I_{obj}}$ ,  $I_{ref}, I_{obj}$  はそれぞれ, 参照鏡と物体鏡による反射された光の強度を表す.  $L_{coh}$  は一つのパルスのコヒーレンス長である.

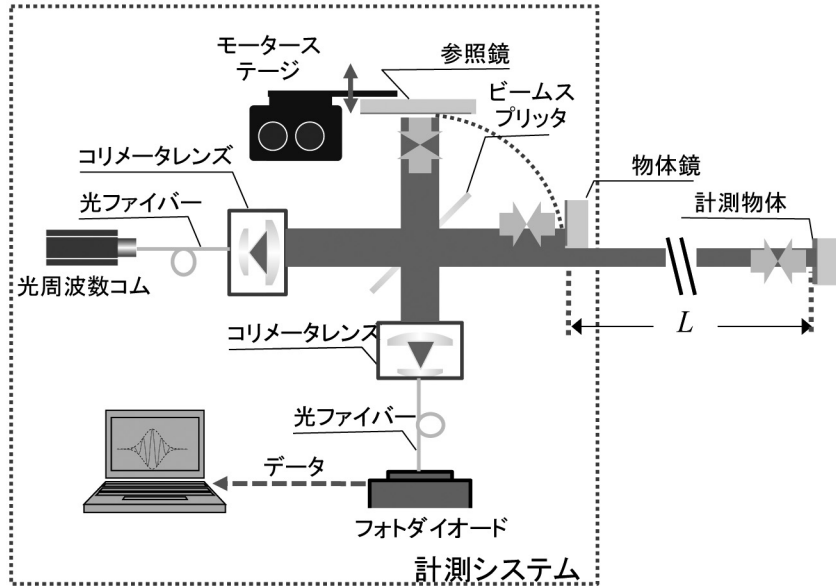


図 5. 提案法の模式図.

干渉縞から任意かつ絶対的長さ  $L$  を推定するのが本研究の目的である. 物体鏡間における任意かつ絶対的距離は関係式  $L = (N \times c \times T_R + \Delta_{12})/2$  で表現される. 言い換えると, パルスの繰り返し間隔を長さの尺度として, その整数  $N$  と端数  $\Delta_{12}$  との和で  $L$  が与えられる. 両干渉縞が分離できる時, 干渉縞解析 [7] より式 (6) で表す干渉縞から両干渉縞の包絡線のピーク間の距離  $\Delta_{12}$  と両干渉縞間の相対的な位相遅れ  $N \times \Delta\phi_{cc}$  が得られることが分かる.

提案法による高精度で任意かつ絶対的長さ計測の可能性を説明する. 光周波数コムの時間パラメータと周波数パラメータとの間に以下の関係式で関連づけられている.

$$T_R = 1/f_{rep}, \quad \Delta\phi_{cc} = 2\pi f_{CEO}/f_{rep} \quad (7)$$

$T_R$  はパルスの繰り返し周期であり,  $\Delta\phi_{cc}$  は  $T_R$  ごとにパルスの電場がエンベロープに対する位相のずれである.

オフセット周波数  $f_{CEO}$  と繰り返し周波数  $f_{rep}$  は光周波数コムを安定させるために使用される二つの主要パラメータであり, 通常両者は  $10^{-16}$  程度安定される. まず, 繰り返し周波数  $f_{rep}$  が安定し,  $T_R$  が安定する. これは, パルスの繰り返し間隔  $c \times T_R$  は高精度の長さ尺度として使えることを意味する. 次に, オフセット周波数  $f_{CEO}$  と繰り返し周波数  $f_{rep}$  が安定し, モードロック技術により,  $\Delta\phi_{cc}$  は安定する. そのため, 両干渉縞間の相対的な位相遅れ  $N \times \Delta\phi_{cc}$  が安定し, 干渉縞解析から整数  $N$  が求められる. そして, 両干渉縞の時間コヒーレンスピーク間距離が  $\Delta_{12}$  に対応し, フーリエ変換法 [7] より高精度で求められる.

このように, 式 (6) で表す分離できる干渉縞を解析すれば,  $N$  と  $\Delta_{12}$  が求められ, 両物体鏡間の任意かつ絶対的距離を高精度で計算できる. この結論は, 提案法は高精度で任意かつ絶対的長さ計測の可能性を有することである.

### 3.2.3.2. 提案法の実証・評価実験 [9]

以下では、提案法を実証・評価する手法(図6)を考案し、呼び寸法 500 mm のゲージブロック 3 本を繋げた 1500 mm のゲージブロックを用いて実証・評価実験(図7)を行い、提案法の実現可能性を確認し、計測精度を評価する。

実証・評価実験の原理について説明する。実証・評価実験では、ゲージブロックの長さを多パルス列干渉による干渉縞で記録し、記録された干渉縞を解析し、求めた計測値とゲージブロックの(メーカーによる)校正值との比較実験を行う。

### 3.2.3.3. 実験結果

以下では実証・評価実験の実験結果を説明する。

まず、ゲージブロックの(メーカーによる)校正值の計測について説明する。

ゲージブロックの(メーカーによる)検査成績書により、3本のゲージブロックの中央寸法の寸法差はそれぞれ、 $-0.42\ \mu\text{m}$ 、 $-0.50\ \mu\text{m}$ と $-0.51\ \mu\text{m}$ である。計測開始時におけるゲージブロックの温度は $23.5765\ \text{C}$ であるため、温度補正を考慮し、計測比較対象であるゲージブロックの長さは $1.500056655\ \text{m}$ と計算される。このように計算し、実験を繰り返し行い、温度補正したゲージブロックの平均長の校正值は、 $1.500056289\ \text{m}$ となる。この測定の標準偏差は $242\ \text{nm}$ であった。

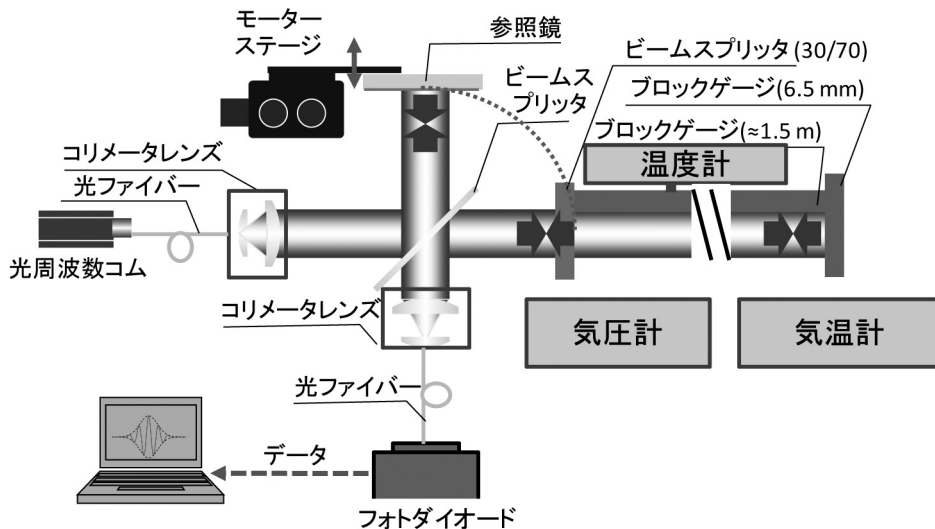


図6. 実証・評価システムの模式図.



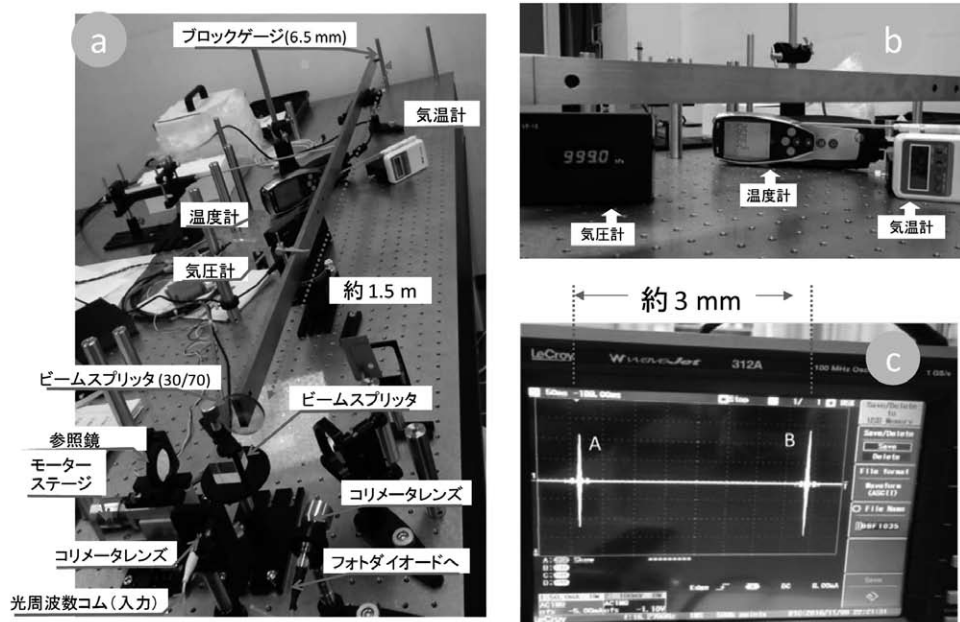


図 7. 実証・評価システム.

(a) 光学実験の写真. (b) 温度計及び気圧計. (c) 観察された干渉縞.

次に、分離した多パルス列干渉縞を用いた長さ計測法による空気中での長さ計測について述べる。

第 3.2.3.1 節で述べたように、任意かつ絶対距離  $L$  は  $L = (N \times c \times T_R + \Delta_{12}) / 2$  である。第一に、下式のように  $N \times c \times T_R / 2$  の部分を考える。

$$N \times c \times T_R / 2 = c / (2 \times n_g \times f_{\text{rep}}) \quad (8)$$

ここで、 $c$  は真空中の光速度で  $299,792,458 \text{ m/s}$  である。また、計測対象の長さは約  $1.5 \text{ m}$  前後にあるため、 $N = 1$  である。 $n_g$  は各回の計測時、実験環境における空気屈折率である。例えば、第 1 回目の計測では、 $n_g$  を計算するために実験開始時の気圧  $1001.1 \text{ hPa}$ 、気温  $23.00 \text{ }^\circ\text{C}$  を使い、空気の湿度は  $50\%$  とした。Edl'en の式に従うと、 $n_g$  は  $1.000262147$  となる。また、光周波数コムの繰り返し周波数  $f_{\text{rep}}$  は正確な  $100 \text{ MHz} \pm 1 \text{ Hz}$  である。これらの値を式 (8) に代入し、 $N \times c \times T_R / 2$  の部分は  $1.498569445 \text{ m}$  と計算される。

第二に、 $\Delta_{12} / 2$  の部分を考える。図 7(c) に示す観察され干渉縞に対してフーリエ変換法 [7] よりデータ処理を行い、 $\Delta_{12} / 2$  は  $0.001523825 \text{ m}$  と計算される。

第三に、整数  $N$  と端数  $\Delta_{12}$  との和を求める。提案法により計測された長さ  $L$  は  $L = (N \times c \times T_R + \Delta_{12}) / 2 = 1.498569445 + 0.001523825 = 1.500064237 \text{ m}$  となる。

このように計算し、実験を繰り返し行い、提案法による長さ測定値は、 $1.500062583 \text{ m}$  となる。この測定標準偏差は  $1672 \text{ nm}$  であった。また、ゲージブロックの校正値との差は  $6294 \text{ nm}$  である。

### 3.3. まとめ

まず、パルスの繰り返し間隔を長さの尺度として、任意かつ絶対的長さの表現法を提案した。また、通常のマイケルソン干渉計と光路差のアンバランスなマイケルソン干渉計を組み合わせた光学設計より多パルス列干渉を考え、多パルス列干渉による干渉縞の形成を分析し、フェムト秒光周波数コムによる高精度で任意かつ絶対的長さの測定方法を研究した。

次に、分離した多パルス列干渉縞による絶対距離測定の実験では、両干渉縞の時間コヒーレンス関数ピーク間距離と、干渉縞のキャリヤ位相差を計測し、距離を推定できることを考察し、それに基づく「分離した多パルス列干渉縞を用いた長さ計測法」を提案した。

そして、提案法を実証・評価するために、呼び寸法 500 mm のゲージブロック 3 本を密着法によって繋げた 1500 mm のゲージブロックを用いて、実証・評価実験をした。提案法により得られた長さでゲージブロックの(メーカーによる)校正値の比較を行い、提案法の実現可能性を実証した。

最後に、繰り返し実験を行い、提案した実証・評価実験システムがもつ不確かさを確かめ、マイクロメートルの精度でメートルオーダーの長さ計測比較実験を用いて、提案法の計測精度を評価した。

## 4. 結論と今後の展開

本研究を総括し、結論は次のようになる。

本研究は、パルスレーザを用いた長さ計測法を取り上げ、長さ標準である光周波数コムの時間コヒーレンス特性を応用した長さ計測のモデルを構築し、光周波数コムを使用した高精度で任意かつ絶対的長さ計測法の提案及びその提案法の検証、またその不確かさの評価を実現した。

本研究のオリジナリティを下記のテーブルにまとめる。

表1. 本研究のオリジナリティ.

節	問題	オリジナリティ
2 節	異なるパルス列がなぜ干渉するのか.	光周波数コムがコム状のパワースペクトルを持つが干渉の原因である.
3 節	パルス列を用いてどのように長さを表現するのか. どのように測長に結び付けるのか.	パルスの繰り返し間隔による長さの表現法を考案し、離散した多パルス列干渉による干渉縞の解析を用いた長さ計測法を提案した.
3 節	どのように提案法を実証・評価するのか.	ゲージブロックを用いた実証・評価実験システムで提案法の実現可能性を確認し、マイクロメートルの精度でメートルオーダーの長さ計測により、提案法の計測精度を評価した.

今後は、測定精度を向上させるためには、空気や光学部品による影響を配慮したパルスの伝搬モデルを考える必要性はある。また、キャリア位相ずれ $\Delta\phi_{CE}$ を制御し、空气中及び宇宙区間で、高精度で任意かつ絶対的長さ計測への応用まで検討する予定である。

光周波数コムを中心周波数は1560ナノメートルにあり、光の損失が低いため、光ファイバーで光周波数コムを製造工場や測定室などに配信できる [10]。光周波数コムを使用した高精度で任意かつ絶対的長さ計測法が実現されれば、いつでもどこでもだれでも長さの国家標準にアクセスできることを意味する。これは従来にある階層型の長さトレーサビリティシステムにおいては考えられないことであり、計測現場における長さ計測の精度は格段に上がり、科学研究や生産活動にこれまでにない大きなインパクトを与えるであろう。

最後に、近い将来、多パルス列干渉を活用した高精度で任意かつ絶対的長さ計測及びそれによる次世代長さトレーサビリティネットワークの実現を思い描く。

## 謝 辞

本研究を行うに当たり、日々ご指導いただいている高増潔教授、高橋哲准教授、及び、松本弘一特任教授に心より感謝申し上げます。

## 参考文献

1. AIST, "'National standard of length' : to the new method [In Japanese], 2010, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST) , JAPAN, accessed 18 June 2010, <[http://www.aist.go.jp/aist\\_j/press\\_release/pr2009/pr20090716/pr20090716.html](http://www.aist.go.jp/aist_j/press_release/pr2009/pr20090716/pr20090716.html)>." (2010).
2. R. Illingworth and I. S. Ruddock, Optics Communications **59**, 375-378 (1986).
3. A. M. Chekhovsky, A. N. Golubev, and M. V. Gorbunkov, Applied Optics **37**, 3480-3483 (1998).
4. T. Araki, Review of Scientific Instruments **66**, 43-47 (1995).
5. A. Kilpela, R. Pennala, and J. Kostamovaara, Review of Scientific Instruments **72**, 2197-2202 (2001).
6. F. Helbing, G. Steinmeyer, and U. Keller, IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics **9**, 1030-1040 (2003).
7. D. Wei, S. Takahashi, K. Takamasu, and H. Matsumoto, Opt. Express **17**, 7011-7018 (2009).
8. D. Wei, S. Takahashi, K. Takamasu, and H. Matsumoto, Japanese journal of applied physics **50**, 022701 (2011).
9. D. Wei, S. Takahashi, K. Takamasu, and H. Matsumoto, Opt. Express **19**, 4881-4889 (2011).
10. 計量器校正情報システム (e-trace)技術開発事業, NEDO, Japan, accessed 30 Aug, 2010, <<http://www.nedo.go.jp/kengyou/etrace/index.html>>